DOE 和 6 Sigma

◎編輯室

實驗設計（Design of Experiment, DOE）在一個6 Sigma專案的改善過程中，是一項相當有力的工具，當我們知道哪個品質的特性值必須加以改善，則它得到所希望的效果是最佳的，亦即存在著我們可以加以改變的變數其影響著品質特性值，我們贊成針對變數做量測的系統分析而且我們可以用一套有組織的方式妥善地處理變數的來源。

典型上，雖然DOE是因連續型的資料才被提出來的，但是針對離散型的資料也可以改變方式採用DOE以修正製程；連續型的資料伴隨有量測的器械，如溫度計、壓力計和測微計而且可以量測到極小值—50.5°、13.92仟巴斯卡或是0.015英吋，從前最早的DOE技術是為了那一些類型的資料而發展的。當我們在工作上產生了離散型資料的品質特性值時將會發生什麼事——資料是可數的，例如像一批產品其未通過試驗的產品個數？其中一個策略為利用近似技術，其採用原始的資料並將它們轉換，因此可以利用應用於連續型資料之傳統的技術加以分析。

近似策略

為了展示近似策略是如何運作的，請見表1的資料，並訂有如下的假設：

- 你的產品為一家次裝配的OEM廠商之相當重要的料件。
- 在運送到OEM廠之前檢測一批產品中的所有料件。
- 你的產品之原物料有三家供應商。
- 有三種原物料可用於製造產品。
- 每家供應商可以新或舊此兩種製造方法中的一種，以生產每一種原料。

這三家供應商為Acme, Bigco及CanDo，而每家供應商所使用的三種原料為陶瓷、金屬和塑膠。從產品測試中可以取得兩部份的離散型資料，一個為要加以測試的數量另一個為通過測試的數量；產品測試的結果乃以通過測試的數量除以已被測試的總數量加以表示，以取得通過的總分數(TFP)。以DOE的術語，只有一個反應變數(TFP)而且有三個獨立變數（供應商、原物料和製造方法），供應商和原物料有三個水準而製造方法則有兩個水準，你的目標是要去找尋出供應商、原物料和製造方法的組合以取得最高值的TFP。

在這樣的狀況下，一項DOE專案可以幫助你達成目標，你要求每家供應商從兩個獨立的生產鏈中的每個製作方法和原物料的組合中交運一批貨給你，因此三項原物料乘以兩種製作方法乘以兩批貨等於每家供應商有12批貨，因為有三家供應商，因此總共有36批貨要加以生產和測試，你以隨機的順序加以進行生產和測試，經過測試後，得到表1的資料。

表1 Toal Fraction Passed(TFP) for 36 Vendor Batches

Vendor	Material	Formula	Batch	Total made(1)	Total passed(2)	TFP=(2)/(1)
Acme	Ceramic	New	1	100	20	0.2000
Acme	Ceramic	New	2	100	19	0.1900
Acme	Ceramic	Original	1	100	21	0.2100
Acme	Ceramic	Original	2	100	19	0.1900
Acme	Metal	New	1	100	33	0.3300
Acme	Metal	New	2	100	33	0.3300
Acme	Metal	Original	1	100	33	0.3300
Acme	Metal	Original	2	100	35	0.3500
Acme	Plastic	New	1	100	47	0.4700
Acme	Plastic	New	2	100	46	0.4600
Acme	Plastic	Original	1	100	48	0.4800
Acme	Plastic	Original	2	100	47	0.4700
Bigco	Ceramic	New	1	100	31	0.3100
Bigco	Ceramic	New	2	100	29	0.2900
Bigco	Ceramic	Original	1	100	29	0.2900
Bigco	Ceramic	Original	2	100	28	0.2800
Bigco	Metal	New	1	100	48	0.4800
Bigco	Metal	New	2	100	49	0.4900
Bigco	Metal	Original	1	100	49	0.4900
Bigco	Metal	Original	2	100	49	0.4900
Bigco	Plastic	New	1	100	70	0.7000
Bigco	Plastic	New	2	100	68	0.6800
Bigco	Plastic	Original	1	100	69	0.6900
Bigco	Plastic	Original	2	100	68	0.6800
CanDo	Ceramic	New	1	100	38	0.3800
CanDo	Ceramic	New	2	100	38	0.3800
CanDo	Ceramic	Original	1	100	38	0.3800
CanDo	Ceramic	Original	2	100	39	0.3900
CanDo	Metal	New	1	100	66	0.6600
CanDo	Metal	New	2	100	67	0.6700
CanDo	Metal	Original	1	100	66	0.6600
CanDo	Metal	Original	2	100	65	0.6500
CanDo	Plastic	New	1	100	92	0.9200
CanDo	Plastic	New	2	100	91	0.9100
CanDo	Plastic	Original	1	100	91	0.9100
CanDo	Plastic	Original	2	100	90	0.9000

表2 Total Fraction Passed (TFP) Afer Arc-Sine Root Transformation

Vendor	Material	Formula	Batch	TFP	TFP after arc-sine root transformation(TFP2)
Acme	Ceramic	New	1	0.2000	0.9273
Acme	Ceramic	New	2	0.1900	0.9021
Acme	Ceramic	Original	1	0.2100	0.9521
Acme	Ceramic	Original	2	0.1900	0.9021
Acme	Metal	New	1	0.3300	1.2239
Acme	Metal	New	2	0.3300	1.2239
Acme	Metal	Original	1	0.3300	1.2239
Acme	Metal	Original	2	0.3500	1.2661
Acme	Plastic	New	1	0.4700	1.5108
Acme	Plastic	New	2	0.4600	1.4907
Acme	Plastic	Original	1	0.4800	1.5308
Acme	Plastic	Original	2	0.4700	1.5108
Bigco	Ceramic	New	1	0.3100	1.1810
Bigco	Ceramic	New	2	0.2900	1.1374
Bigco	Ceramic	Original	1	0.2900	1.1374
Bigco	Ceramic	Original	2	0.2800	1.1152
Bigco	Metal	New	1	0.4800	1.5208
Bigco	Metal	New	2	0.4900	1.5508
Bigco	Metal	Original	1	0.4900	1.5508
Bigco	Metal	Original	2	0.4900	1.5508
Bigco	Plastic	New	1	0.7000	1.9823
Bigco	Plastic	New	2	0.6800	1.9391
Bigco	Plastic	Original	1	0.6900	1.9606
Bigco	Plastic	Original	2	0.6800	1.9391
CanDo	Ceramic	New	1	0.3800	1.3284
CanDo	Ceramic	New	2	0.3800	1.3284
CanDo	Ceramic	Original	1	0.3800	1.3284
CanDo	Ceramic	Original	2	0.3900	1.3490
CanDo	Metal	New	1	0.6600	1.8965
CanDo	Metal	New	2	0.6700	1.9177
CanDo	Metal	Original	1	0.6600	1.8965
CanDo	Metal	Original	2	0.6500	1.8755
CanDo	Plastic	New	1	0.9200	2.5681
CanDo	Plastic	New	2	0.9100	2.5322
CanDo	Plastic	Original	1	0.9100	2.5322
CanDo	Plastic	Original	2	0.9000	2.4981

為了完成近似策略，針對每一批貨取其TFP值並利用Sin^{-1}根轉換法將其值轉換，為了轉換所有的TFP值，針對每個TFP值以$2\times Sin^{-1}\sqrt{TFP}$ 公式計算其轉換值，建議利用Sin^{-1}根轉換法以轉換分式型式或百分比型式的資料是一個建議性的方法，因為轉換後的資料較有利於調整成符合傳統DOE分析技術的連續型變數之假設，利用Sin^{-1}根轉換法所算出的結果如表2，我們稱轉換後的值為TFP2。

變異數分析

利用TFP做為反應變數，你可以使用統計分析軟體以建構一個變異數分析(ANOVA)表，你正在尋找供應商、物料、製造方法或這三項的某些組合對TFP2有顯著的影響之證據，並且可擴充到TFP（請見表3）。一個獨立變數是顯著的假如它的值改變而緊跟著反應變數有一個真正的改變，所謂的「真正的」意謂著改變太大以致被視為具有一致性，表3有9列，每列為：

第一列：供應商
第二列：物料
第三列：製造方法
第四列：供應商×物料
第五列：供應商×製造方法
第六列：物料×製造方法
第七列：供應商×物料×製造方法
第八列：誤差
第九列：總數

前三列表示TFP2的三個獨立變數，第四、五、六、七列表示此三個獨立變數間之可能的交互影響，將交互影響視為是另一種方式以陳述真正的生命之一種基本觀察——一項結果需要有二個或更多個的事情合在一起才會發生的，例如，你需要熱和氧氣以產生火、紅色和黃色以混成橘色、麵粉和水及發酵粉以製作成麵包。

表3 Analysis of Variance

Source	D.F.	S.S.	M.S.	F	Pr > F
Vendor	2	2.93498971	1.46749485	3,616.35	<0.0001
Material	2	4.51226579	2.25613289	5,559.79	<0.0001
Formula	4	0.00007511	0.00007511	0.19	0.6721
Vendor X material	1	0.38422834	0.09605709	236.71	<0.0001
Vendor X formula	2	0.00195966	0.00097983	2.41	0.1178
Material X formula	2	0.00021478	0.00010739	0.26	0.7704
Vendor X material X formula	4	0.00182785	0.00045696	1.13	0.3753
Error	18	0.0073043	0.00040579		
Total	35	7.84286554			

Note: This table was produced using PROC ANOVA in SAS's statistical analysis package.

在DOE專案中，一個獨立變數以兩種方式影響著反應變數，其一為變數可能影響著反應變數而不管其它的變數的變化，另一個為變數的影響會因著其它的獨立變數而影響反應變數；當一個變數對反應數的影響是因其它的變數而造成的，則此兩個變數即具有交互作用。

以商業上的一個對應之想法加以回應為「協力」—其意謂著在適當的條件下，兩個料件結合在一起可以做出比它們兩者分開來所做出的東西還要多，則這是一個正向的交互作用之例子，反之負向交互作用的情況下其合作的結果所產生的結果少於其分別做

出的結果之總合亦有可能。二個或更多個的獨立變數視為是具有交互作用，其表示方式為將所有變數的名稱寫出來並用乘號加以聯結。

第八列則捕捉到前面七列對TFP2影響度之外的其它影響，這些類型的影響在第八列捕捉到的有下列各項：

- 我們各種不同的量測過程的隨機變動。
- 從實驗中故意地排除某些變數，因為已知它們的影響度相當地小。
- 從實驗中排除某些變數，因為你對它們毫無知悉。

第九列則為前面八列平方和的總和。表3中來源的這一欄表示九個列的名稱。自由度這一欄則視獨立的DOE變數之水準數而定，實驗中含蓋有較多水準的變數，則其自由度將會較高，較大的自由度比較小的自由度好，因為有較多的資源則可以更仔細地瞭解到獨立變數是如何影響反應變數。平方和這一欄的機能為反應變數從最小值到最大值會有多大的變化。表3中的前八列顯示出所有的平方和之貢獻度，以及第九列顯示出全部的平方和。TFP2若更加的有所變化，則全部的平方和之值也將會更高。

均方值這一欄則由平方和和自由度這兩欄而來的；為了獲得均方值這一列的值，其乃將平方和除以其自由度而來的。F比值這一欄則來自於均方值的這一欄，F比值只適用於表3中的第一列至第七列，要取得這七列的F比值則只要將該列的均方值除以第八列的均方值即可。

P_r>F這一欄則是要幫你決定是否要變更供應商、物料及製造方法以使得TFP2真正的改變；假如它們是該變更，則在P_r>F這一欄的值將趨於0，而P_r>F的可能值分佈為從0到1。在你下定論認為TFP2對供應商、物料或製造方法具有影響度之前，並沒有一般的法則要求P_r>F必須多麼地接近於0。

在一般上會下錯誤的決策，乃起因於P_r>F較接近於0時可能存在很多簡潔的值，但在實務上，最簡潔的值通常幾乎是小於等於0.10，因此我們將以0.10作為本例子的一個捷徑值；假如P_r>F的值在一已知列中為小於0.10，你可以下決論認定在那一列有些事可以產生出影響TPF2之真正的變數。

在表3中有3個P_r>F的值符合這樣的條件：供應商列、物料列以及供應商和物料間之交互作用列；當你更換另一個不同的供應商或物料，你就可以期盼TPF2值會有真正的改變，另外一種的表示方法為供應商、物料以及供應商和物料間的交互作用是具有統計上的顯著性。

有關第四、五、六列兩個獨立變數間的交互作用，亦即為雙向的交互作用；第七列則為包括三個獨立變數之交互作用的例子即為眾所周知的三向之交互作用，一個三向的交互作用是比雙向的交互作用更為高階，因為它涵蓋有較多的變數。

統計上顯著的交互作用之存在強列地影響到你如何規劃任何後續的DOE專案，首先，你必須詢問是否有任何的獨立變數可以自上一次的DOE中剔除掉，假如一個獨立變數是屬於統計上著以做為顯著的交互作用，你必須將它留著以做為後續追蹤的個案，解釋一個ANOVA表的標準程序法則為專心致力於最具有統計上顯著性的交互作用。在本例子中，只有一個要加以考慮的即供應商和物料間的交互作用。

下一個你需要詢問的問題為「對

TFP2而言，供應商和物料的最佳組合是什麼？」，要找尋出來則需針對供應商和物料的每一種組合計算其平均的TFP2值，並利用多重比較程序，逆向使用Sin^{-1}根轉換法將結果轉變回TFP的型式，你所決定的那一種組合是最佳的，則必須加以使用及測試數次，以確認你的結論具有持久性。

參考資料：

1. To keep this example simple, assume vendor, material and formula are the important variables affecting TFP and 36 batches reflect a statistically adequate sample size. A random order for processing and testing is important for minimizing he impact of unknown variables. Also assume the DOE is conducted along sound planning principles. See Statistics for Experimenters: An Introduction to Design, Data Analysis and Model Building by George Box, William Hunter and J. Stuart Hunter (John Wiley & Sons, 1978) for more information about sound planning.
2. In real applications, each batch wouldn't contain the same number of units. Keeping the same number in each batch creates a balanced dataset, simplifies the analysis and makes the main points of the example easier to present. Computer programs such as PROC GLM in SAS's statistical package can be used to analyze datasets with different numbers of units in each batch. See SAS/STAT User's Guide, version 6, Vol.2 (SAS Institute, 1989), for more infomation on PROC GLM.
3. B.J. Winer, Statistical Principles in Experimental Design, second edition, Mc Graw-Hill, 1971, p. 400.
4. Ibid.
5. Excluding a variable should not be done lightly, but it is often necessary because of time and resource constraints.
6. Part of sound planning for DOE projects is collecting suggestions for variables from the people and groups most responsible for or most affeced by the process.
7. This is true in our example because it uses an orthogonal design, which is easier to analyze than a nonorthogonal design. See "Efficient Experimental Design With Marketing Research Applications" by Warren F. Kuhfield (Journal of Marketing Research, November 1994, pp. 545-557) for a discussion of orthogonal and nonorthogonal designs.
8. The "F" in F ratio and $P_r > F$ refers to the F distribution, an important statistical distribution, particularly in DOE analysis. See An Introduction to Linear Statistial Models by F.A. Graybill (McGraw-Hill, 1961) for more information.
9. The exact cutoff value should be determined in the planning stage after discussions take place between the people or groups who know the process and the people or groups who are helping to design the experiment.
10. In practice, process improvement usually takes place after several DOEs, each one building on the things learned in the last one.
11. B.J. Winer, Statistical Principles in Experimental Design, see reference 3.

（資料來源：ASQ, Quality Progress, March 2004）