

實驗設計-不錯過一招

◎李麗女 編譯

多因子實驗設計(DoE, Design of Experiments)可以幫助您了解製程因子交互作用的影響，這對於確保製造品質至關重要。不幸的是，它很難提供令人信服的證據以證明由實驗設計的學生可以輕鬆地完成實驗的交互作用。使用彈力球，作者開發了一個簡單的實驗，產生了顯著的交互作用，因此他展示了突破性的交互作用是如何經由統計性的DoE多因子測試方法加以揭示。

檢測交互作用的能力將多因子實驗設計(DoE)與一次運用一個因子(OFAT, One Factor at A Time)的傳統科學方法區分開來。例如，考慮一個關於時間和溫度對烹飪煎餅影響的簡單研究；單獨增加時間或溫度可能會使煎餅的鬆軟彈性變得更糟。

然而，同時升高時間和溫度會由於引發放熱反應而產生潛在的災難性影響—也就是說，由於兩種烹飪因子的交互作用，煎餅會燒焦。

了解製程因子交互作用的影響—這只能由多因子DoE而不是OFAT才能揭示—通常被證明對確保製造品質是至關重要。不幸的是，很難提供令人信服的證據以證明由實驗設計的學生可以輕鬆地完成實驗的交互作用。由塑膠杯狀物製成的螺旋槳原型實驗，典型地說明了這個問題：可以檢測到葉片的數量、角度和長度之間的微小交互作用，但只能通過應用精確的程序和完全複製以獲得足夠的功率。

George E.P.的經典紙直升機實驗Box²涉及不同的機身寬度和其他設計元素，通常由一個重要的主要影響—機翼長度所主導。因此，它也缺乏交互作用。一個分門別類的DoE之桌面曲棍球練習，最好通過一個可靠的交互作用來實現—棒的長度與手腕或拍擊的對比。與至少一個無關緊要的根源產生顯著交互作用的簡單實驗更加難以捉摸。然而，這一結果為放棄OFAT以支持多因子方法提供了最大的啟發。令人驚訝的是，一個關於“彈力球體”（彈跳球的花哨名稱）的有趣實驗，產生的不是一個而是兩個主要的交互作用，它們缺乏一個重要的根源。這個簡單的二個水準因子實驗的材料很容易取得，並且在手機應用程式的幫助下，可以輕鬆測量結果。彈力球體實驗可很好地介紹交互作用及其建立深刻過程知識的能力。



圖1 實驗的設備

設置

彈力球的行為引起了作者的注意，該實驗由南達科他州礦業與技術學院的一名學生提交的關於球彈力的實驗。所提出的實驗提供一個很好的機會，可以向作者三年級的孫子介紹基礎的物理、測量系統、製程可變性、統計學和多因子測試。首先，兩位研究人員—作者和孫子—去購買合適的彈力球。如圖1所示，他們發現兩個直徑相同的玩具球—其中一個（如左圖）帶有醒目的蜘蛛俠圖形。孫子說，他認為色彩艷麗的“蜘蛛俠”會比另一個球彈得更高—藍色和黃色的漩渦狀球（稱為“斯威利”）。他只看一眼就知道漩渦是擁有超能力的球，因為它是由極富彈性的堅固合成橡膠製成的。可悲的是，蜘蛛俠原來是一個空心的球體。當兩個球從肩膀高度並排落下時，這一點立即變得明顯。蜘蛛俠只反彈到膝蓋高度，而斯威利則一路反彈，幾乎回到了原來的落下水平，這著實讓少年吃驚。

Frugal Fun for Boys and Girls是一個提供許多偉大科學專案的網站，它為實驗提供了下一個因子：溫度—它的彈力球運動的重點⁴。該網站指定了三個水準別—沸騰、常溫和冷凍。然而，為了讓事情變得更安全、更簡單，這個實驗並沒有達到讓彈力球沸騰的地步。冷凍與環境條件的對比足以作為評估溫度影響的對比。第三個因子很明顯：落差的高度。該團隊選擇了3英尺和6英尺的廣泛範圍來產生明顯的效果。在進行DoE時，大膽設定因子水平是值得的一越寬越好（當然，在合理範圍內）。

第四個也是最後一個因子是球的彈跳表面—硬木地板或厚橡膠墊（如圖1所示），為了便於清潔並能站在廚房水槽前有舒適感而購買。雖然較軟的表面看起來可能要差得多，但它可能會與硬木產生明顯的對比。回顧一下，測試的四個因子及其測試的水準是：A.球的類型：空心與實心。B.溫度：冰點與室溫。C.落下高度：三英尺對六英尺。D.地板表面：硬木與橡膠墊。彈跳測試彈力球最具挑戰性的方面是獲得準確和精確的高度測量。幸運的是，技術通過一個名為Phyphox（物理電話實驗）的驚人手機應用程式來救援。通過一個名為“(In)彈性碰撞”的內置實驗⁵，它提供了一種計算球反彈高度的巧妙方法：只需聽它擊中地板的聲音，然後根據時間推斷出高度。如圖1所示，結果顯示並展示了一系列遞減的反彈時間和計算出的高度。使用DoE軟體⁶，實驗者以隨機順序佈置了16次運行的二個水準全因子。為了確保溫度穩定，他們每天只運行一次，記錄第一次反彈的時間及其高度（由Phyphox boffins計算）。有關更多實驗細節（對於將其作為科學項目進行複製很有用），請參見側邊欄“蜘蛛俠與漩渦對決：細節”。

結果

數據分析（線上之表1，可在本文的網頁qualityprogress.com上找到）產生了驚人的結果：球的類型（因子A）和不同的表面（因子D）都沒有對第一個反彈時間（與物理高度直接相關）產生顯著的主要影響。要了解發生了什麼，請從縮放到t值的反彈時間的柏拉圖效應圖（圖2）開始⁷。



首先，觀察遠低於t值限制的A（球的類型）和D（地板表面）的主要影響：它們不顯著($p>0.05$)。接下來，現在跳過因子B（溫度）的主要影響，請注意因子C（落下高度）塔樓是高於較保守的Bonferroni極

限：它的主要影響是顯著的。橙色陰影表示增加落下高度會產生正向的影響—它會增加反彈的時間。基於物理學（和常識），這完全是頗具意義的。

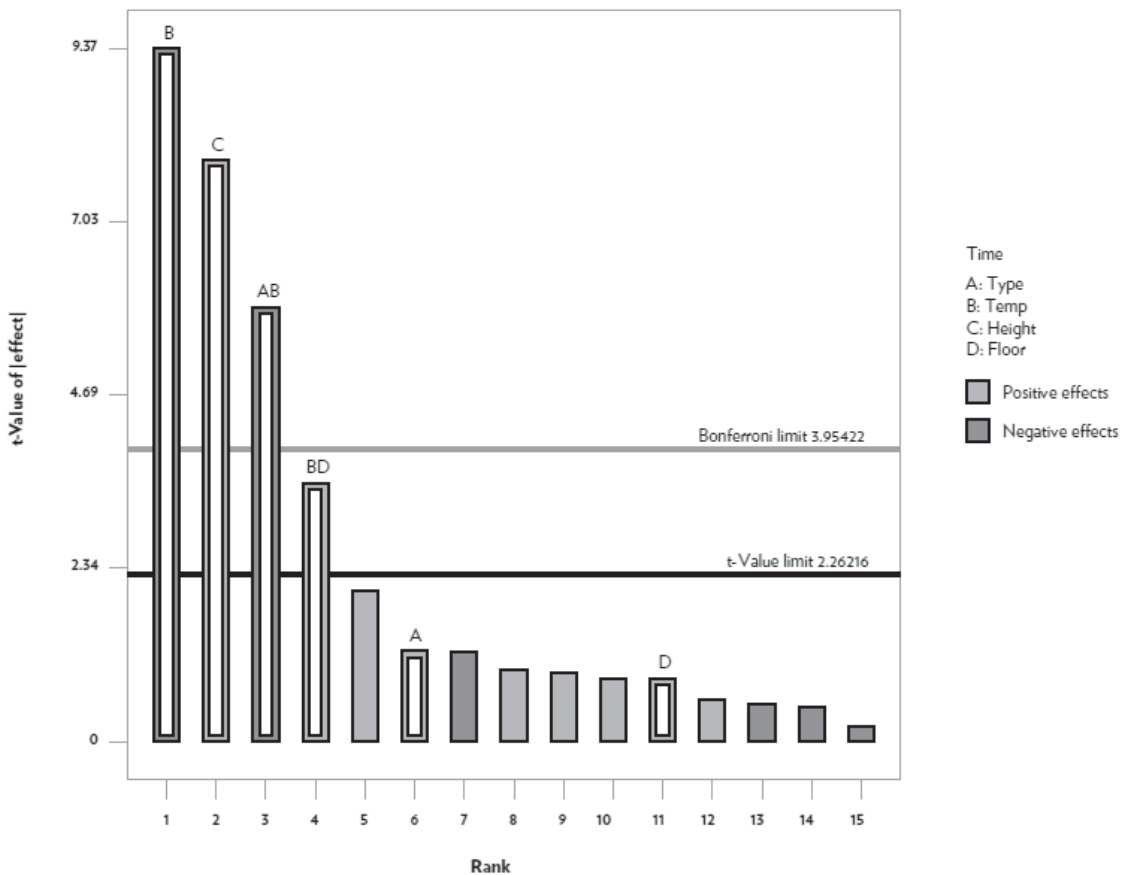


圖2 彈跳時間效應的柏拉圖



現在查看所有四個主要影響的模型圖（圖3）。左下圖顯示彈跳時間如何隨高度增加。兩端最不顯著的差異“啞鈴”並不重疊。因此，增加是顯著的($p < 0.05$)。斜率量化了影響—對於工程目的很有用。然而，正如DoE軟體所警告表明的那樣，其他三個主要影響—A、B和D—必須非常謹慎地處理，因為它們之間的交互影響。AB和BD的交互作用講述了球的類型(A)、溫度(B)和地板材料表面(D)間之複雜關係的真實故事。查看圖4中的AB交互作用圖，了解到球類型(A)的影響如何取決於溫度(B)。在室溫下（頂部的紅線），從空心球

到實心球會產生一項顯著現象為增加了彈跳的時間。然而，在被冰凍後，這些球的行為完全相反—空心球撲打實心球(底部的綠線)。這些相反的影響導致抵消了球的類型(因子A)之主要影響！令人難以置信的是，地板表面也發生了同樣的情形：如在線上的圖1中的AD交互圖所示，地板表面材料類型(D)的主要影響被空間(環境)冰到冰凍的溫度（低於 0°F ）。實心球與空心球以及木頭與橡膠材料表面作為溫度的函數，看似奇怪的行為卻可以用物理學來解釋⁸；然而，以多因子方式對這一點進行實務經驗測試卻變得更令人信服。

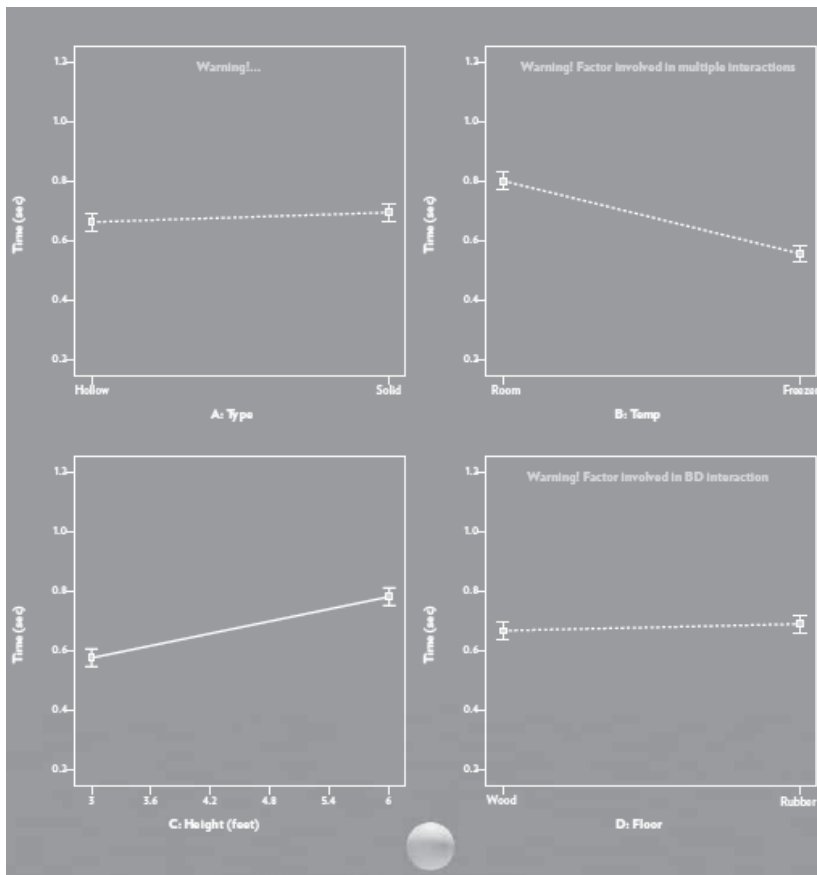


圖3 彈跳時間的主要影響

蜘蛛俠與漩渦對決：細節

因子：

- A. 球的類型（買自Five Below(www.fivebelow.com)每顆3.5美金元）：4英吋、41公克、空心、來自Hedstrom（俄亥俄州阿什蘭）許可的（曼威蜘蛛俠）遊戲球；4英吋、159公克、來自PPNC（加州約巴琳達）的高能量彈力球。
- B. 溫度（通過儲存過夜或更長時間來平衡）：冰凍溫度約為-4°F；房間溫度因溼度水準不同為72°F至76°F，濕度水平不同。
- C. 落下高度（用手釋放）：3英呎、6英呎。
- D. 地板材料表面：橡木之硬木板；來自Sky Mats(www.skymats.com)的3/4英吋厚的橡膠抗疲勞舒適地墊。

高度量測：

使用Android Phyphox應用程式“(In)Elastic”執行。分別記錄第一次反彈的時間 T_1 和高度 H_1 （計算）。為了審查，實驗者記錄了Phyphox報告的 H_0 ，即估計的落下高度；如果它與因子C指定之實際高度有很大的差異時，則表示出現問題了一例如，運作8次（以下是關於對此的說明註釋）。

觀察：

運作7：第一次落下產生的結果>兩秒，高度為494厘米(>16英呎!)。很明顯是出了點問題，可能是手機麥克風沒有擷取到較軟實心球的聲音，從而錯過一兩次的反彈。此運作已重做，對於後續運行，如前所述記錄 H_0 。

運作8：由於如此小、安靜和快速的反彈，實驗者不得不丟球3次來記錄時間。（將來要考慮的另一個選項：更改聲音閾值的(In)Elastic應用程式設置。）

運作14：DoE軟體將初始結果報告為高度的顯著異常值。但重新運作時，結果幾乎相同：1.123秒(相對於1.119秒)和154.62厘米(相對於153.54厘米)。經過平方根變換後，這些結果都符合要求。反彈高度的物理特性是時間平方的函數，這是有道理的。

對未來的建議：

與其用肉眼將球從牆上的標記上落下，不如通過更精確的機制—例如，機械送球器，使高度更加一致和精確。使用橡膠墊以補償其在地板上的厚度時，將落下高度向上調整3/4英吋。每次運作多次以在計算平均值之前修剪異常值(或使用中位數結果)；將室溫記錄到最接近的度數。
—M.J.A

突破性的交互作用

只有通過統計DoE的多因子測試方法，研究人員才能揭示突破性的交互作用，例如在這個彈力球實驗中所發現的交互作用。同時通過改變因子，DoE比

OFAT可以更快地揭示影響⁹。這個練習可以在家中或教室輕鬆地完成，為科學家（無論老少）、產業界之實驗人員和品質專業人士提供多因子DoE一試的靈感。



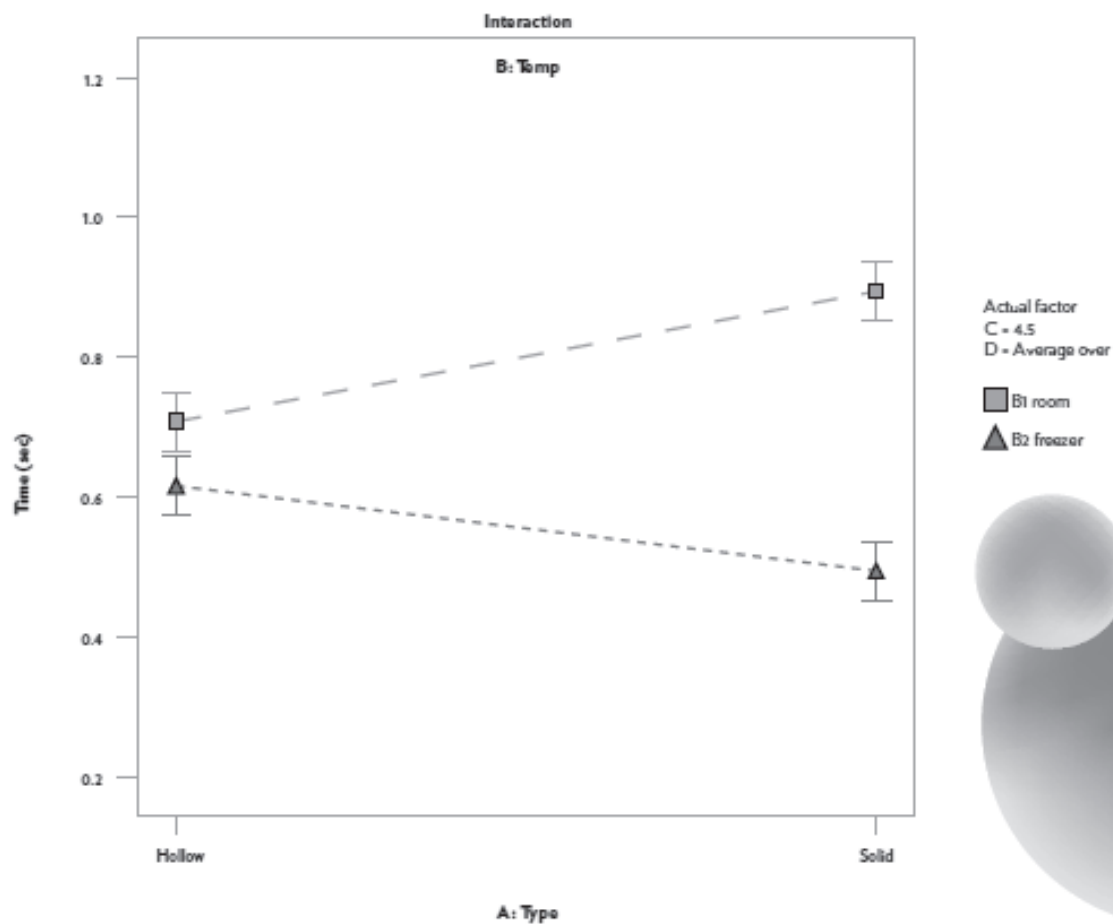


圖4 AB交互影響圖



參考文獻：

- 1.Adam Izraelevitz, Christine M. Anderson-Cook and Michael Hamada, "Illustrating the Use of Statistical Experimental Design and Analysis for Multiresponse Prediction and Optimization," Quality Engineering, Vol. 23, No. 3, 2011, pp. 265-277.
- 2.George E.P. Box, "Teaching Engineers Experimental Design With a Paper Helicopter," Report No. 76, Center for Quality and Productivity Improvement, University of Wisconsin, 1991.
- 3.Mark J. Anderson, "Tabletop Hockey Meets Goals for Teaching Experimental Design," ASQ Statistics Division Newsletter, Vol. 26, No. 3, 2008.
- 4.Sarah Dees, "Bouncy Ball Science Experiment: DoEs the Temperature of a Ball Affect Its Bounce?" Frugal Fun for Boys and Girls, 2017, <https://frugalfun4boys.com/bouncy-ball-science-experiment-temperature-ball-affect-bounce>.
- 5.S. Kuhlen, "Experiment: Inelastic Collision," Phyphox, 2018, https://phyphox.org/wiki/index.php/Experiment:_Inelastic_Collision.
- 6.Hank Anderson and Martin Bezener, Design-Expert software, version 13, Minneapolis, Stat-Ease Inc., 2022.
- 7.Mark J. Anderson and Patrick J. Whitcomb, DOE Simplified, Practical Tools for Experimentation, third edition, Productivity Press, 2015.
- 8.Tamiya Yoshitaka, "Temperature Dependence of the Coefficient of Restitution for a Rubber Ball," ISB Journal of Physics. Vol. 4, No. 1, Paper 3, January 2010.
- 9.Mark J. Anderson, "Trimming the FAT Out of Experimental Methods," oemagazine, June/July 2005, SPIE (The International Society for Optics and Photonics).

致謝：



作者感謝他的研究員、實驗者和孫子，9歲的Archer Bretzel，感謝他在執行這些實驗中的投入和幫助。作為Stillwater(MN)中學天才教育計劃的四年級學生，Archer喜歡嘗試收集經驗數據，這使他被評為明尼蘇達大學2021年籃球科學競賽的大獎得主。在<https://tinyurl.com/mt55457m>上可閱讀更多有關他的成就之資訊。

作者：



Mark J. Anderson is an engineering consultant at Stat-Ease Inc. in Minneapolis. He holds an MBA from the University of Minnesota in Minneapolis. An ASQ senior member, Anderson is also an ASQ certified quality engineer. He is the coauthor of DoE Simplified: Practical Tools for Effective Experimentation, third edition (Productivity Press, 2015), RSM Simplified: Optimizing Processes Using Response Surface Methods for Design of Experiments, second edition (Productivity Press, 2005), and Formulation Simplified: Finding the Sweet Spot Through Design and Analysis of Experiments With Mixtures (Productivity Press, 2018), and has published many articles on design of experiments.

資料來源：

Quality Progress May 2022, Page 30-37
 Reprinted with permission from Quality Progress
 © 2022 ASQ, www.asq.org
 All rights reserved. No further distribution allowed without permission.